



# Tutorat Systeme und Theorien I - Strategische Interaktion (Block IV)

Herbstsemester 2020

Natalia Podany



**Universität  
Zürich** <sup>UZH</sup>

**Universitätseinheit**

# Spieltheorie



# Strategische Interaktion – Einführung Spieltheorie

**Rekapitulation:** Spieltheorie versucht menschliches Verhalten in Entscheidungssituationen zu modellieren

- Analyse von Entscheidungssituationen → Ermittlung von Gleichgewichten
- Annahmen:
  - Rationale Individuen mit Präferenzen → Nutzenfunktionen
  - Nutzenmaximierende Individuen
  - Information

## **Aufbau eines einfachen Spiels**

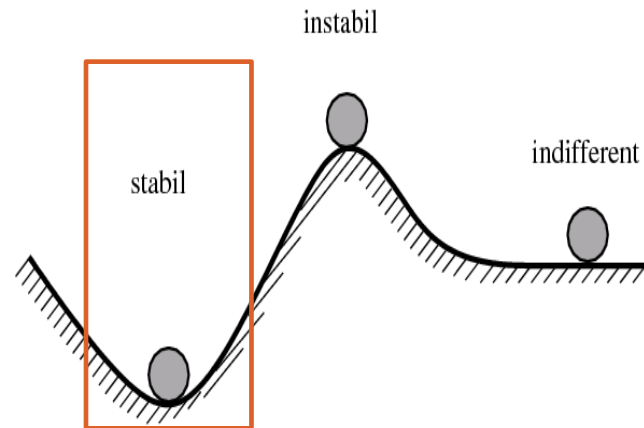
- 2 Spieler\*innen mit gegebenen Nutzen
- Simultane Aktion

→ Frage: Wie werden sich die Spieler\*innen in Interaktion verhalten?

# Spieltheorie – Gleichgewicht

## Auf der Suche nach dem Gleichgewicht:

- **Definition:** Als Gleichgewicht wird eine stabile Situation bezeichnet, in der keine Spieler\*in einen Anreiz hat, ihr Verhalten einseitig zu ändern. Es ist somit ein unbeweglicher Zustand/ Ruhezustand
- Mithilfe von Gleichgewichten können wir Interaktionen verstehen



- Es gibt verschiedene Gleichgewichtskonzepte: Fokus auf **Nash-Gleichgewicht**

# Spieltheorie – Dominante und dominierte Strategien

**Auch der Suche nach dem Gleichgewicht:** Die Unterscheidung von dominanten und dominierten Strategien hilft Gleichgewichte aufzudecken

**Dominante Strategie:** Jene Strategie, die unter allen möglichen Strategien den höchsten Nutzen liefert, unabhängig von der Strategie der anderen Spieler\*in.

**Dominierte Strategie:** Eine Strategie, die nie den höchsten Nutzen bringt (unabhängig von der Strategie der anderen Spieler\*in)



Strategie 1	1	2	3
Strategie 2	2	3	4

→ Strategie 1 wird von Strategie 2 dominiert.

→ Spieler wählt nie Strategie 1

# Spieltheorie - Iteratives Ausschliessen

**Umgang mit dominierten Strategien:** Wir haben gesehen, dass uns die Unterscheidung hilft Gleichgewicht zu finden, aber wie?

→ **Iteratives Ausschliessen** (Oder zu deutsch: Eliminierung von dominierten Strategien)

→ **Reduktion von möglichen Strategien**



**Spieler\*in 1**

**Spieler\*in 2**

	links	mitte
oben	9,1	2,0
unten	4,2	1,0

- **Dominierte Strategien** werden **nie gespielt**, unabhängig davon, was die andere Person macht
- **Stark dominante Strategien** werden **immer gespielt**, unabhängig davon was die andere Person macht

# Spieltheorie – Iteratives Ausschliessen

		Spieler*in 2		
		links	mitte	rechts
Spieler*in 1	oben	-1,1	1,11	-77,-1
	mitte	22,2	3,33	7,7
	unten	5,14	-3,19	-7,3

# Spieltheorie – Gleichgewichtskonzepte (Nash-GG)

**Situation:** Die Entscheidung einer Spielerin ist **gegeben der Entscheidung** des anderen Spielers optimal  
→ Kein Anreiz einseitig abzuweichen

	<b>Spieler*in B</b>	
<b>Spieler*in A</b>	4,0	2,2
	2,2	1,0

Das entstandene Equilibrium heisst **Nash-Gleichgewicht** (Bsp. Gefangenendilemma)



# Spieltheorie – Gleichgewichtskonzepte (Nash-GG vs. IAvDS)

**Nash-GG:** Gleichgewicht mit der Eigenschaft, dass einseitige Abweichung irrational ist (steady state)

- Nicht jedes Spiel hat ein Nash-GG
- Mehrere Nash-GG sind möglich
- Nash-GG sind individuell rational  $\neq$  kollektiv rational (Gefangenendilemma)
- Schnittstelle der Beste-Antwort Funktionen der Spieler\*in

**Iteratives Ausschliessen:**

- Erfasst nur Gleichgewichte mit dominierten/dominanten Strategien  $\rightarrow$  Nash-GG ohne GG in IAvDS
- Wenn nur eine Lösung bei iterativem Ausschliessen  $\rightarrow$  Nash-GG

**Beste Antwort Funktion:** Gegeben einer Strategie von B, was ist die beste Strategie von A?

- Überschneiden sich die Funktion von A und B  $\rightarrow$  **Nash-GG**

# Strategische Interaktion – Anwendung auf öffentliche Güter

**Öffentliche Güter:** Zeichnen sich aus durch

- **Nichtrivalität:** Der Konsum eines Gutes durch eine Person beeinträchtigt den Konsum dieses Gutes durch eine andere Person nicht
- **Nicht-Ausschliessbarkeit:** Es ist nicht möglich, bestimmte Personen von der Nutzung des Gutes auszuschliessen

**Beispiel:** Senken von Umweltemissionen

		Staat 2	
		nicht senken	senken
Staat 1	nicht senken	<u>0,0</u>	<u>4,-2</u>
	senken	-2, <u>4</u>	2,2

- „Nicht senken“ ist die streng dominante Strategie für beide Spieler\*innen (analog zu Gefangenendilemma)
- **Trittbrettfahrer\*innen-Problem**

# Spieltheorie – Sequentielle Spiele

**Simultane Spiele:** Bis jetzt spielten alle Spieler\*innen gleichzeitig

**Sequenzielle Spiele:** Spieler\*innen spielen nacheinander

- Spieler\*innen können reagieren
- Ermöglicht Modellierung über Zeit
- Zeigt Bedeutung von Reihenfolge

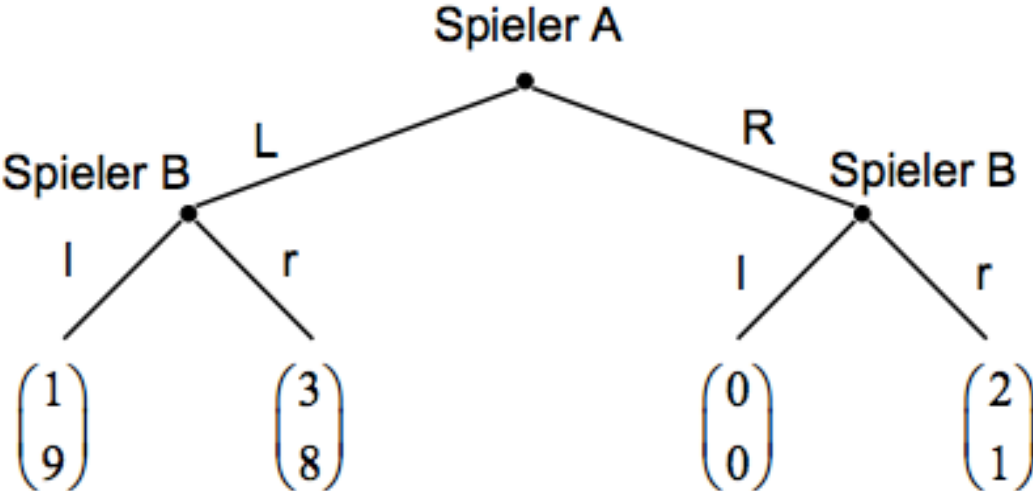
**Herangehensweise:**

- Sequenzielle Spiele werden meist über einen **Spielbaum** (= extensive Form) dargestellt – im Gegensatz zur bisher betrachteten strategischen Form (= Auszahlungsmatrix).
- Durch **Rückwärtsinduktion** finden wir das **teilspielperfekte** Gleichgewicht

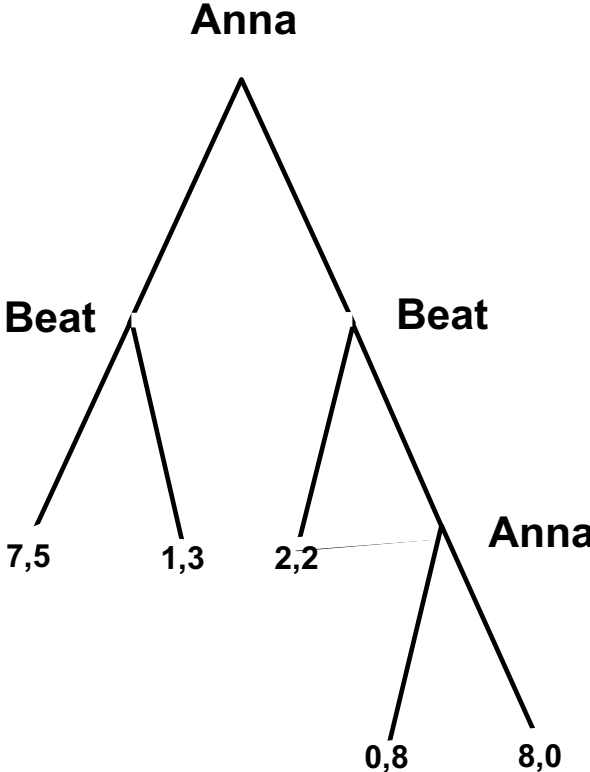
**Wichtiges Konzept:**

- **Teilspielperfektheit:** Ein teilspielperfektes Gleichgewicht liegt dann vor, wenn die Strategien der Spieler in jedem Teilspiel optimal sind. Die gewählte Strategie ist also in jedem Teilspiel die Beste (Subgame-Perfect Nash Equilibrium)

# Spieltheorie – Sequentielle Spiele



# Spieltheorie – Sequentielle Spiele



# Strategische Interaktion – Cournot Duopol

**Situation:** Zwei Firmen wählen eine Produktionsmenge. Sie wollen ihren Gewinn maximieren

→ **Spiel:** Wahl der optimalen Menge ( $\neq$  Entscheidung zwischen zwei Handlungen)

## Gegebenheiten:

- Unternehmen mit identischen Nutzenfunktionen
- Preis nimmt mit der Menge ab → abhängig von Produktionsmenge
- Gewinnfunktion gegeben: (Anzahl produzierte Einheiten\*Preis/Einheit) – (Kosten/Einheit)

□ → **Produktionsentscheidung** abhängig von der gewählten Produktionsmenge des anderen

# Strategische Interaktion – Cournot Duopol

## Vorgehen (simultanes Spiel)

1. Ermitteln der **optimalen Menge**  $q_1^*$ 
  - Preis in Gewinnfunktion ersetzen durch Preisfunktion
  - Maximieren der Gewinnfunktion (Ableiten und = 0 setzen)
  - Auflösen nach  $q_1 \rightarrow$  Optimale Menge ( $q_1^*$ ) für jeden Wert der anderen Variablen
2. Ermitteln des **Gleichgewichts**: Beide produzieren optimal gegeben der anderen Menge ( $q$ )
  - $\rightarrow$  Gesucht ist der Schnittpunkt der beiden Funktionen
    - $q_2^*$  einsetzen in  $q_1$
    - Auflösen nach  $q_1 \rightarrow$  tatsächlich produzierte Menge
3. **Gewinn** berechnen
  - Einsetzen von ermitteltem  $q_1$  in die Gewinngleichung (Im GG ist  $q_i = q_j$  !)

# Strategische Interaktion – Cournot Duopol

## Vorgehen (sequenzielles Spiel):

- Spieler\*in 1 spielt zuerst → Vorteil: Kann Menge so wählen, dass Gewinn maximiert wird
- Gegeben: Beste Antwort von Spieler 2 ( $q_2$ )

### 1. Gewinnmaximierung unter Berücksichtigung der besten Antwort von Spieler 2

- $q_2$  in Gewinnfunktion ( $\pi_1$ ) einsetzen
- Gewinn maximieren (nach  $q_1$  ableiten, =0 setzen)
- Nach  $q_1$  auflösen → Produktionsmenge Firma 1



### 2. Produktionsmenge von Firma zwei berechnen

- $q_1$  in  $q_2$  (beste Antwort) einsetzen

### 2. Gewinn der Firmen

- Einsetzen der jeweiligen Mengen in die entsprechende Gewinnfunktion

**Moral der Geschichte:** Firma 1 wird mehr produzieren (= mehr Gewinn) → Vorteil des First-Movers





**Universität  
Zürich** <sup>UZH</sup>

**Universitätseinheit**

# Aggregation von Präferenzen

# Aggregation von Präferenzen – Unterschiedliche Verfahren

**Bis jetzt** haben wir Präferenzen von einzelnen Akteuren untersucht

→ Wie können wir diese „zusammenrechnen?“ Kontext: Abstimmungsverfahren und ihre Problematiken

## **Verschiedene Abstimmungsverfahren:**

1. Einfache Mehrheitsregel
2. Mehrheitswahl (zweistufiges Verfahren)
3. Condorcet-Verfahren
4. Rangsummenregel (Borda-Wahl)
5. Punktwahlverfahren
6. Zustimmungsregel

**Problem:** Nicht immer erzeugen die verschiedenen Verfahren die selbe Gewinner\*in :(

# Aggregation von Präferenzen – Pareto Prinzip

**Pareto-Verbesserung:** Jemand wird besser gestellt, ohne dass jemand anderes schlechter gestellt wird

**Pareto-Optimum:** Keine Pareto-Verbesserung ist mehr möglich

**Pareto-Prinzip:** Eine Alternative, die zu einer Pareto-Verbesserung führt, wird gewählt

# Unterschiedliche Verfahren – (Einfache) Mehrheitsregel

**Einfache Mehrheit:** Option mit den meisten Stimmen gewinnt

## **Vorteile**

- Jede Person hat eine Stimme (Grunddemokratisch)
- Hohe Legitimität
- Geringer Zeitaufwand

## **Nachteile**

- Ausbeutung von Minderheiten
- Entscheidung ist nicht immer eindeutig
- Fehlende Berücksichtigung der Präferenzintensitäten
- Ergebnis i.d.R. keine Pareto-Verbesserung
- Möglichkeit des strategischen Wählens

# Unterschiedliche Verfahren – (Einfache) Mehrheitsregel

## **Mehrheitswahl mit zweistufigem Verfahren:**

1. Die beiden Optionen mit den meisten Stimmen werden gewählt
2. Anwendung der einfachen Mehrheitsregel

## **Condorcet-Verfahren:** Paarweiser Vergleich aller Optionen.

Die Option, die sich gegenüber allen anderen gemäss einfacher Mehrheitsregel durchsetzt, gewinnt



# Unterschiedliche Verfahren – Rangsummenregel und Punktwahlverfahren

**Punktwahl:** Jeder hat die gleiche Zahl von Punkten und kann sie auf die Alternativen verteilen. Die Alternative mit den meisten Punkten gewinnt.

**Rangsummenregel:** Alle ordnen den Alternativen einen Rang zu. Die Alternative mit der tiefsten Rangsumme gewinnt.

## Vorteile:

- Präferenzintensitäten können geäußert werden.



## Nachteile:

- Punktwahl: Starker Anreiz für strategisches Wählen
  - Punktwahl «degeneriert» zur Mehrheitswahl
- Rangsummenregel: Kein Resultat bei zyklischen Mehrheiten

# Unterschiedliche Verfahren – Zustimmungsregel

## Vorgehen:

- Liste mit mehreren Kandidat\*innen
- Man kann so vielen Kandidat\*innen seine Stimme geben, wie man möchte
- Kandidat\*innen mit den meisten Stimmen gewinnt

## Vorteil:

- kein Anreiz zu strategischem Wählen
- es wird keine Variante gewählt, die den eigenen Präferenzen widerspricht

## Nachteil:

- Tendenz zum kleinsten gemeinsamen Nenner

# Unterschiedliche Abstimmungsverfahren – Mögliche Probleme

**Gütekriterien von Abstimmungsverfahren:** Faktoren, welche beeinflussen wie gut ein Abstimmungsverfahren ist

1. Zeitaufwand/Kosten
2. Konsensorientierung
3. Pareto-Optimalität
4. Berücksichtigung von Präferenzintensitäten
5. Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen
6. Eindeutigkeit der Entscheidung





# Unterschiedliche Abstimmungsverfahren – Mögliche Probleme

**Zeitaufwand/Kosten:** Je geringer desto besser

- Verfahren, die Probleme berücksichtigen sind in der Regel aufwändiger
- Kosten- und Zeitintensive Verfahren sind eher für kleine Gruppen sinnvoll

**Konsensorientierung:** Inklusion und Konsens ist wichtig, gerade wenn strukturelle Minderheiten vorhanden sind

Ziel: Grundlegende Akzeptanz möglichst vieler Wähler\*innen

**Paretooptimalität:** Wahlverfahren sollte sicherstellen, dass Option gewählt wird, welche zu Paretoverbesserung führt

**Präferenzintensitäten:** Vernachlässigung kann zu geringerem gesellschaftlichen Gesamtnutzen führen

→ Andere Alternative mit Kompensationszahlungen würde grösseren Nutzen bringen (Bsp. Brexit)

# Unterschiedliche Abstimmungsverfahren – Mögliche Probleme

**Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen:** Die Wahl zwischen zwei Alternativen sollte nicht von einer dritten, irrelevanten abhängen. Problembehebung durch:

- Verfahren mit Direktvergleich
- Berücksichtigung von Präferenzintensitäten

**Eindeutigkeit der Entscheidung:** Ein Wahlverfahren sollte sowohl mit Pattsituationen, als auch mit intransitiven gesellschaftlichen Präferenzen umgehen können.



# Aggregation von Präferenzen – Eindeutigkeit

Entscheide sind nicht immer eindeutig:

Parteien: Präferenzen

Partei 1:  $A > B > C$

Partei 2:  $B > C > A$

Partei 3:  $C > A > B$

Wahl über den Vergleich von 2 Alternativen:

1.  $A \text{ vs. } B \rightarrow C$

2.  $A \text{ vs. } C \rightarrow B$

3.  $B \text{ vs. } C \rightarrow A$

→ Intransitive gesellschaftliche Präferenzen, trotz individueller Transitivität

→ Zyklische Mehrheiten (in jeder Gegenüberstellung eine andere Gewinner\*in)

Implikationen:

- **Kein Condorcet Gewinner** → keine Alternative, welche sich unabhängig von der Abstimmungsreihenfolge durchsetzt
- **Agenda-Setting Power** des Wahlvorstands → kann Wahlresultat durch Festlegung der Abstimmungsreihenfolge beeinflussen

# Aggregation von Präferenzen – Überblick zu den Wahlverfahren

	Einfache Mehrheit	Zweistufig	Condorcet	Rangsumme	Punktwahl	Zustimmung
Zeit/Kosten						
Konsens						
Pareto						
Präferenzintensität						
Unabhängig von irr. Alternativen						
Eindeutigkeit						

# Unterschiedliche Verfahren – Aufgabe

**1. Welche der folgenden Optionen wird gewählt?**

- a) Nach der einfachen Mehrheitsregel
- b) Nach dem Condorcet-Verfahren
- c) Nach der Zustimmungsregel

Donald:  $A > C > B$

Angela:  $A > B > C$

Vladimir:  $C > B > A$



**2. Wo könnten bei diesen Verfahren Probleme auftreten?**

# Abstimmungsverfahren – Arrows Unmöglichkeitstheorem

Unmöglichkeitstheorem von Arrow (1951):

Es gibt **kein Abstimmungsverfahren**, welches alle Probleme vermeidet

Verfahren, die

- Pareto-Prinzip erfüllen
- Unabhängig von irrelevanten Alternativen sind

→ sind anfällig auf **intransitive gesellschaftliche Präferenzen** (Condorcet Zyklen)

- Mit Zahl der Wähler\*innen und Zahl der Alternativen steigt die Wahrscheinlichkeit für Condorcet-Zyklen

# Strategisches Wählen – Agenda Setting Power

**Grobe Definition:** Macht die politische Agenda zu bestimmen

**Veranschaulichung** durch Condorcet-Paradox:

- Abstimmungsreihenfolge beeinflusst das Ergebnis
- Wer Reihenfolge festlegen kann → Macht = Agenda Setting Power

**Mechanismen:**

- Wahlreihenfolge
- Wahlverfahren

→ Ausweg: Strategisches Wählen = Wählen entgegen der eigentlichen Präferenzen

# Strategisches Wählen – Definition

**Definition:** Abstimmungsverhalten entgegen den eigenen Präferenzen, um im Endeffekt einen höheren Nutzen zu erzielen. Arten von strategischem Wählen

1. **Sophisticated Voting:** Rationale Individuen antizipieren Folgeentscheidungen. Anfangsentscheidung basierend auf Rückwärtsinduktion
2. **Strategisches Wählen:** Berücksichtigung von Wahrscheinlichkeiten, um Relevanz der eigenen Stimme zu erhöhen
3. **Logrolling:** Stimmentausch (Bsp.: STAF)

→  Ausgeklügelte Wahlverfahren verkommen zur einfachen Mehrheitswahl

**Gibbard-Satterthwaite Theorem:** Alle Abstimmungsverfahren sind potenziell anfällig für strategisches Wählen, wenn:

- $3 \leq n$  (Wähler\*innen)
- $3 \leq n$  (Alternativen)



# Strategisches Wählen – Medianwähler\*innen Theorem

**Wie entstehen Wahloptionen?** Wahlprogramm wird von Chancen beeinflusst → Anpassung der Parteipolitik

## Logische Gleichung

- Wahlchancen beeinflusst durch Wahlsystem
- Wahlprogramm beeinflusst durch Wahlchancen
- Wahlprogramm beeinflusst durch Wahlsystem

Sachverhalt veranschaulicht durch **Downs Modell des Parteienwettbewerbs**

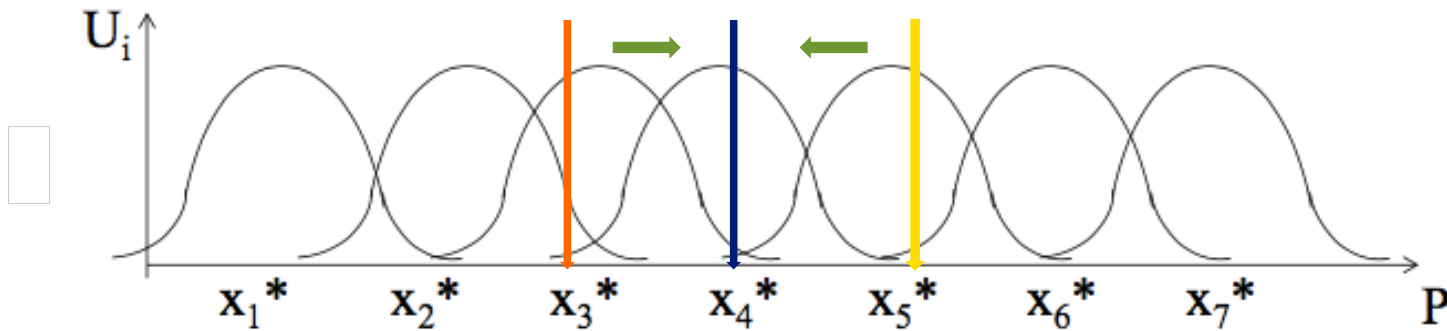


→ **Medianwählertheorem:** In einem Zweiparteiensystem mit einfacher Mehrheitswahl setzt sich immer die Position des Medianwählers durch.

# Strategisches Wählen – Medianwähler\*innen Theorem

## Annahmen:

- Eindimensionaler Policy-Raum
- 2 Parteien
- Eingipflige (normalverteilte) Präferenzen
- Information



**Resultat:** Beide Parteien positionieren sich beim Medianwähler ( $x_4$ )

